114 DIALOGO SECONDO

ſin quì dichiarate, non ſarà difficile l'intender la ragione, onde auuenga, che vn Priſma, ò Cilindro ſolido di vetro, acciaio, legno, ò altra materia frangibile, che ſoſpeſo per lungo ſosterrà graviſſimo peſo, che gli ſia attaccato, mà in trauerſo (come poco fà diceuamo) da minor peſo aſſai potrà tal' volta eſſere ſpezzato, ſecondo che la ſua lunghezza eccederà la ſua groſſezza. Imperò che figuriamoci il Priſma ſolido A B, C D *fitto in vn muro dalla parte* A B, *e nell' altra eſtremità s'intenda la forza del Peſo* E, *(intendendo ſempre il muro eſſer eretto all' Orizonte, & il Priſma, ò Cilindro fitto nel muro ad angoli retti) è manifeſto che douendoſi ſpezzare ſi romperà nel luogo* B, *doue il taglio del muro ſerue per ſoſtegno, e la* B C *per la parte della Leua, doue ſi pone la forza, e la groſſezza del ſolido* B A *e l'altra parte della Leua, nella quale è poſta la reſiſtenza, che conſiſte nello ſtaccamento, che s' hà da fare della parte del ſolido* B D, *che è fuor del muro, da quella che è dentro; e per le coſe dichiarate il momento della forza poſta in* C *al momento della reſiſtenza che ſtà nella*

Prop. I.

ΤΕΧΝΙΚΟ ΕΠΙΜΕΛΗΤΗΡΙΟ ΕΛΛΑΔΟΣ

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΦΟΡΕΩΝ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟΝ ΕΥΡΩΚΩΔΙΚΑ 2 EN 1992 -1-1

ΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Ε. ΜΑΚΡΥΚΩΣΤΑΣ ΠΟΛΙΤΙΚΟΣ ΜΗΧΑΝΙΚΟΣ Ε.Μ.Π.

ΤΕΧΝΙΚΟ ΕΠΙΜΕΛΗΤΗΡΙΟ ΕΛΛΑΔΟΣ
ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΦΟΡΕΩΝ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟΝ ΕΥΡΩΚΩΔΙΚΑ 2
EN 1992 -1-1

ΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

- Επιχειρείται μια πρώτη προσέγγιση με τον Ευρωκώδικα 2.
- Σε αυτή την χρονική στιγμή δεν ήταν διαθέσιμη μετάφραση του κειμένου στα ελληνικά.
- Χρησιμοποιήθηκε σαν βάση το αγγλικό κείμενο.
- Επίσης δεν ήταν διαθέσιμο το ελληνικό προσάρτημα και ενδεχομένως κάποιες τιμές που πάρθηκαν από το αγγλικό κείμενο (BS-EN 1992-1-1) μπορεί να διαφοροποιούνται στο κείμενο του ΕΛΟΤ.

Ε. ΜΑΚΡΥΚΩΣΤΑΣ ΠΟΛΙΤΙΚΟΣ ΜΗΧΑΝΙΚΟΣ Ε.Μ.Π.

- Νέο στοιχείο σε σχέση με παλαιότερες εκδόσεις, αλλά και τον Ε.Κ.Ω.Σ. η εισαγωγή της πλαστικής και μη γραμμικής ανάλυσης για τον σχεδιασμό των νέων κατασκευών .
- Σε παλαιότερες εκδόσεις, πλην των πλακών και δίσκων, για την πλαστική και μη γραμμική ανάλυση γινόταν παραπομπή στο παράρτημα.
- Στον δε Ε.Κ.Ω.Σ. μόνο για έλεγχο υφισταμένων κατασκευών - πλην των πλακών και δίσκων .

Οφείλεται :

- Σημαντικές εξελίξεις σε ότι αφορά την ποιότητα των παραγομένων υλικών – νέα πρότυπα και υλικά με μεγαλύτερη αντοχή ή πλαστιμότητα.
- Εξέλιξη και αναπτυξη υπολογιστικών μεθόδων
- Εξέλιξη περαιτέρω των Η/Υ
- Αξιοποίηση της πειραματικής έρευνας – τεκμηρίωση

✓ **ΔΙΚΑΙΩΣΗ ΤΩΝ ΠΡΩΤΟΠΟΡΩΝ : ΓΑΛΙΛΑΙΟΣ, EULER, COULOMB**

ſin quì dichiarate, non ſarà difficile l'intender la ragione, onde auuenga, che vn Priſma, ò Cilindro ſolido di vetro, acciaio, legno, ò altra materia frangibile, che ſoſpeſo per lungo ſosterrà graviſſimo peſo, che gli ſia attaccato, mà in trauerſo (come poco fà diceuamo) da minor peſo aſſai potrà tal'volta eſſere ſpezzato, ſecondo che la ſua lunghezza eccederà la ſua groſſezza. Imperò che figuriamoci il Priſma ſolido A B, C D *fitto in vn muro dalla parte* A B, *e nell'altra eſtremità s'intenda la forza del Peſo* E, *(intendendo ſempre il muro eſſer eretto all'Orizonte, & il Priſma, ò Cilindro fitto nel muro ad angoli retti) è manifeſto che douendoſi ſpezzare ſi romperà nel luogo* B, *doue il taglio del muro ſerue per ſoſtegno, e la* B C *per la parte della Leua, doue ſi pone la forza, e la groſſezza del ſolido* B A *e l'altra parte della Leua, nella quale è poſta la reſiſtenza, che conſiſte nello ſtaccamento, che s'hà da fare della parte del ſolido* B D, *che è fuor del muro, da quella che è dentro; e per le coſe dichiarate il momento della forza poſta in* C *al momento della reſiſtenza che ſtà nella*

Prop. I.

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΦΟΡΕΩΝ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟΝ ΕΥΡΩΚΩΔΙΚΑ 2 -1-1

ΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- Οι γενικές αρχές σχεδιασμού για όλες τις κατασκευές ανεξαρτήτως υλικού καθορίζονται στον Ευρωκώδικα ΕΝ 1990.
- Στον Ευρωκώδικα ΕΝ 1992 γίνεται εξειδίκευση αυτών των αρχών για κατασκευές από οπλισμένο σκυρόδεμα.
- Προκειμένου λοιπόν να εφαρμόσουμε τους απαιτούμενους ελέγχους

❑ **ΟΡΙΑΚΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΑΣΤΟΧΙΑΣ (ULS)**

και

❑ **ΟΡΙΑΚΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΟΤΗΤΑΣ (SLS)**

πρέπει υπολογίσουμε την κατανομή των εντατικών μεγεθών (M,V,N) στα μέλη του φορέα καθώς και τις αντίστοιχες παραμορφώσεις – μετατοπίσεις , στροφές –και τις τάσεις που προκύπτουν από τις ασκούμενες δράσεις . Δηλαδή να κάνουμε τη στατική ανάλυση του φορέα.

2. ΌΤΙ ΑΦΟΡΑ ΣΤΗΝ ΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΕΤΑΙ ΣΤΑ ΑΡΘΡΑ 5.1 ΕΩΣ 5.11

- 5.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ
- 5.2 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΑΤΕΛΕΙΕΣ
- 5.3 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ
- 5.4 ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ
- 5.5 ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΕΝΗ ΑΝΑΚΑΤΑΝΟΜΗ.
- 5.6 ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ
- 5.7 ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ
- 5.8 ΑΝΑΛΥΣΗ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ $2^{ΗΣ}$ ΤΑΞΗΣ ΜΕ ΑΞΟΝΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ
- 5.9 ΠΛΕΥΡΙΚΗ ΑΣΤΑΘΕΙΑ ΛΙΓΥΡΩΝ ΔΟΚΩΝ
- 5.10 ΠΡΟΕΝΤΕΤΑΜΕΝΑ ΜΕΛΗ ΚΑΙ ΦΟΡΕΙΣ
- 5.11 ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΠΟΙΩΝ ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΜΕΛΩΝ ΤΟΥ ΦΕΡΟΝΤΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΥ.

3. ΣΤΟ ΤΜΗΜΑ 5.1 ΤΟΥ ΕΝ 1992-1-1 ΤΙΘΕΝΤΑΙ ΟΙ ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΠΑΙΤΗΣΕΙΣ ΠΟΥ ΟΡΙΖΟΥΝ ΌΤΙ :

- **Σκοπός της στατικής ανάλυσης** είναι ο προσδιορισμός είτε της κατανομής των εσωτερικών δυνάμεων και ροπών είτε των τάσεων, παραμορφώσεων και μετατοπίσεων στο σύνολο ή σε τμήμα της κατασκευής.

  - Στις περισσότερες συνήθεις περιπτώσεις η ανάλυση αποσκοπεί στον προσδιορισμό της κατανομής των εσωτερικών δυνάμεων και ροπών ώστε ο σχεδιασμός των διατομών των μελών να γίνεται με βάση αυτά τα μεγέθη. Σε κάποια όμως ειδικά στοιχεία του φέροντος οργανισμού οι χρησιμοποιούμενες μέθοδοι ανάλυσης (π.χ. Πεπερασμένα στοιχεία) δίνουν τάσεις και παραμορφώσεις. Σε αυτές τις περιπτώσεις απαιτούνται ειδικές μέθοδοι διαστασιολόγησης. –Για περιοχές επίπεδης έντασης (τάσεις) χρησιμοποιούνται απλουστευμένες μέθοδοι όπως αυτή του παραρτήματος f.

- **Τοπικές αναλύσεις** μπορεί να απαιτούνται επιπλέον όταν δεν υφίσταται γραμμική κατανομή της έντασης όπως :

  - **ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΟΧΗ ΣΤΗΡΙΞΕΩΝ**
  - **ΣΥΓΚΕΝΤΩΜΕΝΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ**
  - **ΣΥΝΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΟΚΩΝ**
  - **ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΑΓΚΥΡΩΣΕΩΝ**
  - **ΜΕΤΑΒΟΛΕΣ ΔΙΑΤΟΜΩΝ**.

- **Επιλογή προσομοιώματος.** Σημαντική είναι η επιλογή του κατάλληλου προσομοιώματος σύμφωνα με την γεωμετρία , τις ιδιότητες και την συμπεριφορά του δομικού συστήματος ώστε κατά περίπτωση να υπάρχει αξιοπιστία στα αποτελέσματα.

- Η επίδραση της γεωμετρίας και των ιδιοτήτων του φορέα στην συμπεριφορά σε κάθε στάδιο κατασκευής θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη στον σχεδιασμό.

- Συνήθεις εξιδανικεύσεις συμπεριφοράς που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση είναι:

➢ Γραμμική ελαστική συμπεριφορά (αρθρ. 5.4)
➢ Γραμμική ελαστική συμπεριφορά με περιορισμένη ανακατανομή (αρθρ. 5.5)
➢ Πλαστική συμπεριφορά (αρθρ. 5.6), συμπεριλαμβανομένων προσομοιωμάτων με ισοδύναμα δικτυώματα (Moersch) (αρθρ. 5.6.4)
➢ Μη γραμμική συμπεριφορά (αρθρ. 5.7)

- Στα κτηριακά οι επιδράσεις των διατμητικών και αξονικών δυνάμεων στην παραμόρφωση των γραμμικών στοιχείων και των πλακών μπορούν να αμελούνται όταν είναι μικρότερες του 10% από αυτές που οφείλονται στην κάμψη.

4. ΣΤΟ ΤΜΗΜΑ 5.1.2 ΕΙΔΙΚΕΣ ΑΠΑΙΤΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΘΕΜΕΛΙΩΣΕΙΣ

- Όταν η αλληλεπίδραση εδάφους ανωδομής έχει σημαντική επίδραση στα αποτελέσματα των δράσεων επί της κατασκευής η αλληλεπίδραση θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη σύμφωνα με τον EN 1997-1.
- Για την μελέτη θεμελιολωρίδων μπορούν να χρησιμοποιούνται σχετικά απλουστευμένα προσομοιώματα .

➢ για μεμονωμένα πέδιλα και κεφαλοδέσμους πασσάλων η αλληλεπίδραση εδάφους – ανωδομής μπορεί να αγνοείται συνήθως.

- Για τον σχεδιασμό αντοχής μεμονωμένων πασσάλων οι δράσεις πρέπει να προσδιορίζονται λαμβάνοντας υπόψη την αλληλεπίδραση μεταξύ των πασσάλων, του κεφαλοδέσμου και του εδάφους.
- Η αλληλεπίδραση μπορεί να αμελείται όταν η καθαρή απόσταση μεταξύ των πασσάλων είναι μεγαλύτερη από το διπλάσιο της διαμέτρου των πασσάλων.

✓ SSI – σημαντική όταν μεγάλες και βαρειές κατασκευές θεμελιώνονται σε μαλακά εδάφη

✓ Προσοχή στο προσομοίωμα και τα στοιχεία εδάφους που εισάγονται γιατί επηρεάζεται η ιδιοπερίοδος και μπορεί να μας οδηγήσει σε τιμές φάσματος εις βάρος της ασφάλειας (βλ. σχετικές δημοσιεύσεις)

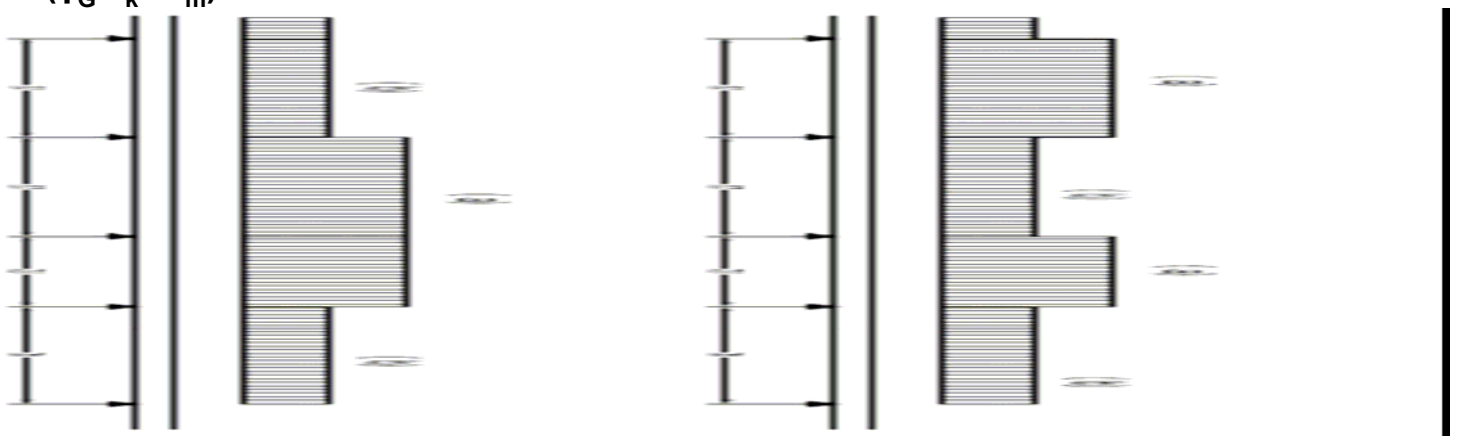
5. ΣΤΟ ΤΜΗΜΑ 5.1.3 ΔΡΑΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ

- Για τους συνδυασμούς δράσεων ισχύουν τα του EN 1990 μέρος 6. Οι σχετικές περιπτώσεις φορτίσεων θα πρέπει να λαμβάνονται ώστε να πληρούν τις συνθήκες κρίσιμου σχεδιασμού που απαιτούνται σε όλες τις διατομές όλου του φορέα ή του τμήματός του που εξετάζεται.
- Όπου απαιτείται κάποια απλοποίηση στο πλήθος των συνδυασμών των δράσεων για κάποια χώρα η σχετική αναφορά θα γίνεται στο Εθνικό προσάρτημα.

➢ Στα κτηριακά συνιστάται μια απλουστευμένη διάταξη των φορτίων

➢ με εναλλασσόμενα φατνώματα μόνιμα και μεταβλητά φορτία $(\gamma_Q Q_k + \gamma_G G_k + P_m)$ με φατνώματα μόνο με μόνιμα $(\gamma_G G_k + P_m)$.

➢ Δυο γειτονικά φατνώματα με μόνιμα και μεταβλητά $(\gamma_Q Q_k + \gamma_G G_k + P_m)$ και τα υπόλοιπα μόνο με μόνιμα $(\gamma_G G_k + P_m)$.

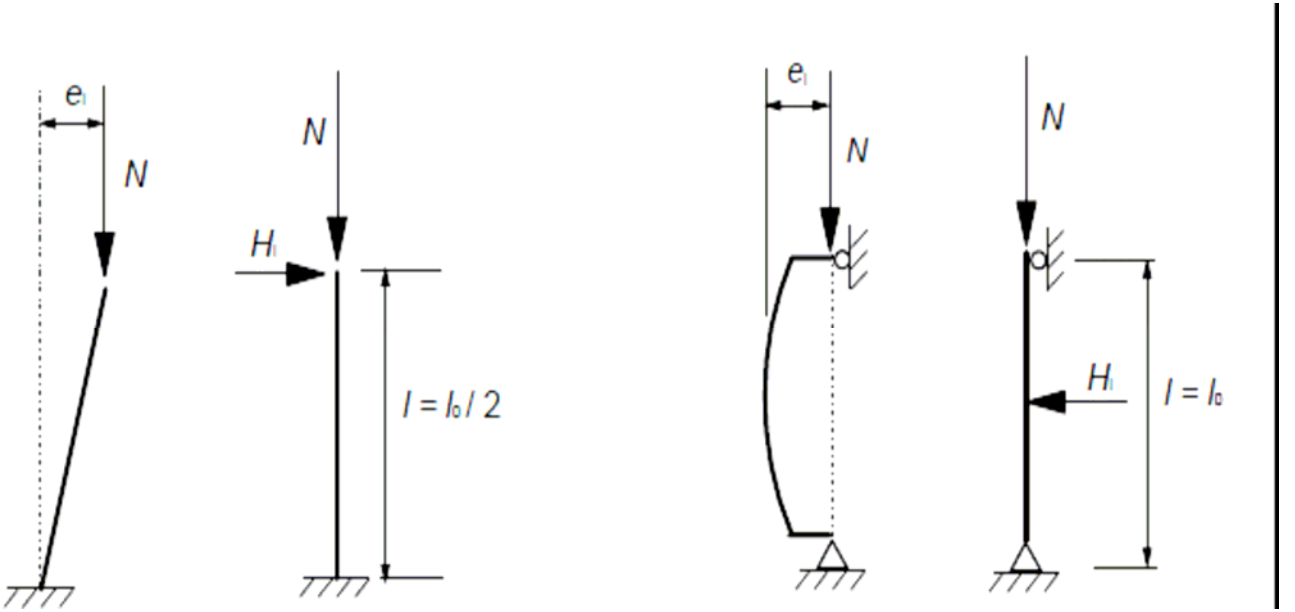


6. ΣΤΟ ΤΜΗΜΑ 5.2 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΑΤΕΛΕΙΕΣ

- Οι δυσμενείς επιδράσεις πιθανών αποκλίσεων στην γεωμετρία της κατασκευής και την θέση των φορτίων θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη κατά την ανάλυση των μελών και των φορέων.
- Οι ατέλειες θα λαμβάνονται υπόψη κατά τις οριακές καταστάσεις αστοχίας για τους συνδυασμούς τόσο των βασικών όσο και τυχηματικών δράσεων.
- Στις οριακές καταστάσεις λειτουργικότητας δεν απαιτείται.
- Σε κατασκευές με κατακόρυφα φορτία και μέλη με αξονική θλίψη, όπως κυρίως είναι οι κτηριακές κατασκευές, οι ατέλειες μπορεί να εισάγονται με μία πρόσθετη κλίση των κατακορύφων στοιχείων θi που υπολογίζεται με βάση μια αρχική κλίση θo που καθορίζεται στο εθνικό προσάρτημα και οι αναλυτικές σχέσεις δίνονται στο τεύχος του κανονισμού (αρθρ. 5.2 (5) έως (9).

- Η επίδραση της κλίσης θi μπορεί να εισάγεται με εγκάρσιες δυνάμεις Hi συμπεριλαμβανόμενες στην ανάλυση μαζί με τις άλλες δράσεις

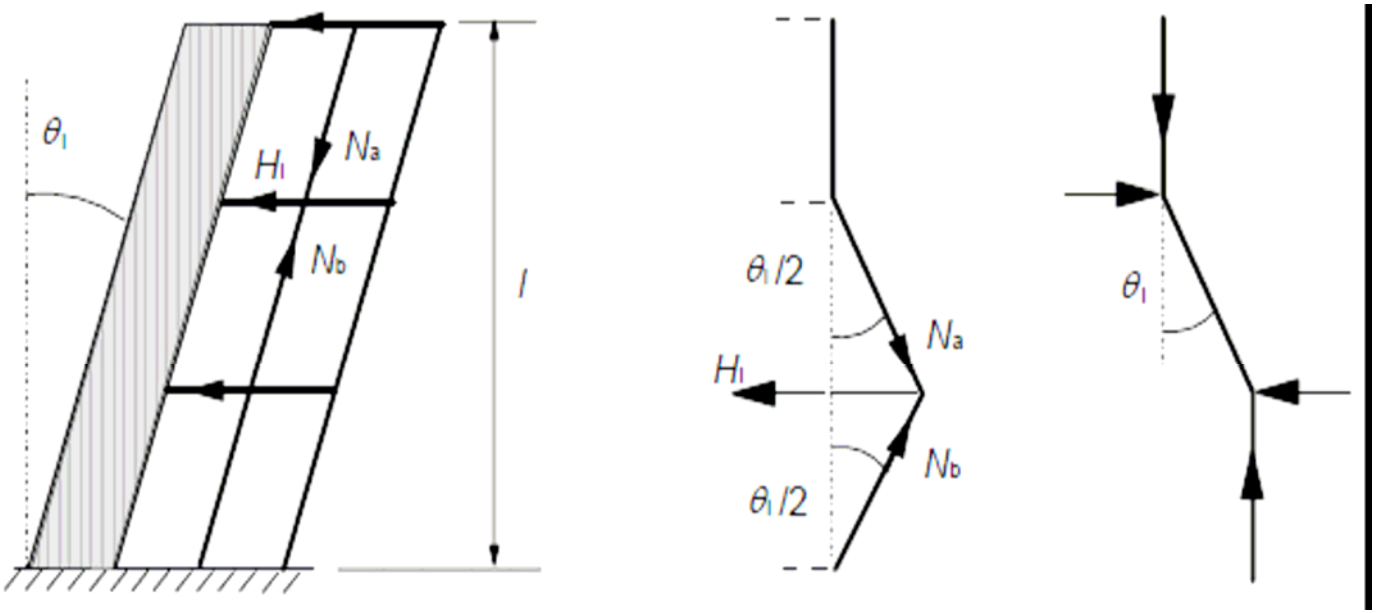
- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΝ ΑΤΕΛΕΙΩΝ ΣΕ ΜΕΜΟΝΩΜΕΝΑ ΜΕΛΗ ΜΕ ΑΡΧΙΚΕΣ ΕΚΚΕΝΤΡΟΤΗΤΕΣ ***ei*** ΕΙΤΕ ΜΕ ΕΓΚΑΡΣΙΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ ***Hi***



α1) μεταθετά ei= θi.lo/2 ή Hi = θi .N ***α2) αμετάθετα ei= θi lo/400 ή Hi = 2.θi .N***

α) μεμονωμένα μέλη με έκκεντρη αξονική δύναμη

- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΝ ΑΤΕΛΕΙΩΝ ΜΕ ΕΓΚΑΡΣΙΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ ***Hi*** ΣΕ ΔΟΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ



β) αμετάθετο σύστημα Hi=θi(Nb-Na)

δ1) διάφραγμα ενδιάμεσου ορόφου Hi=θi(Nb+Na)/2

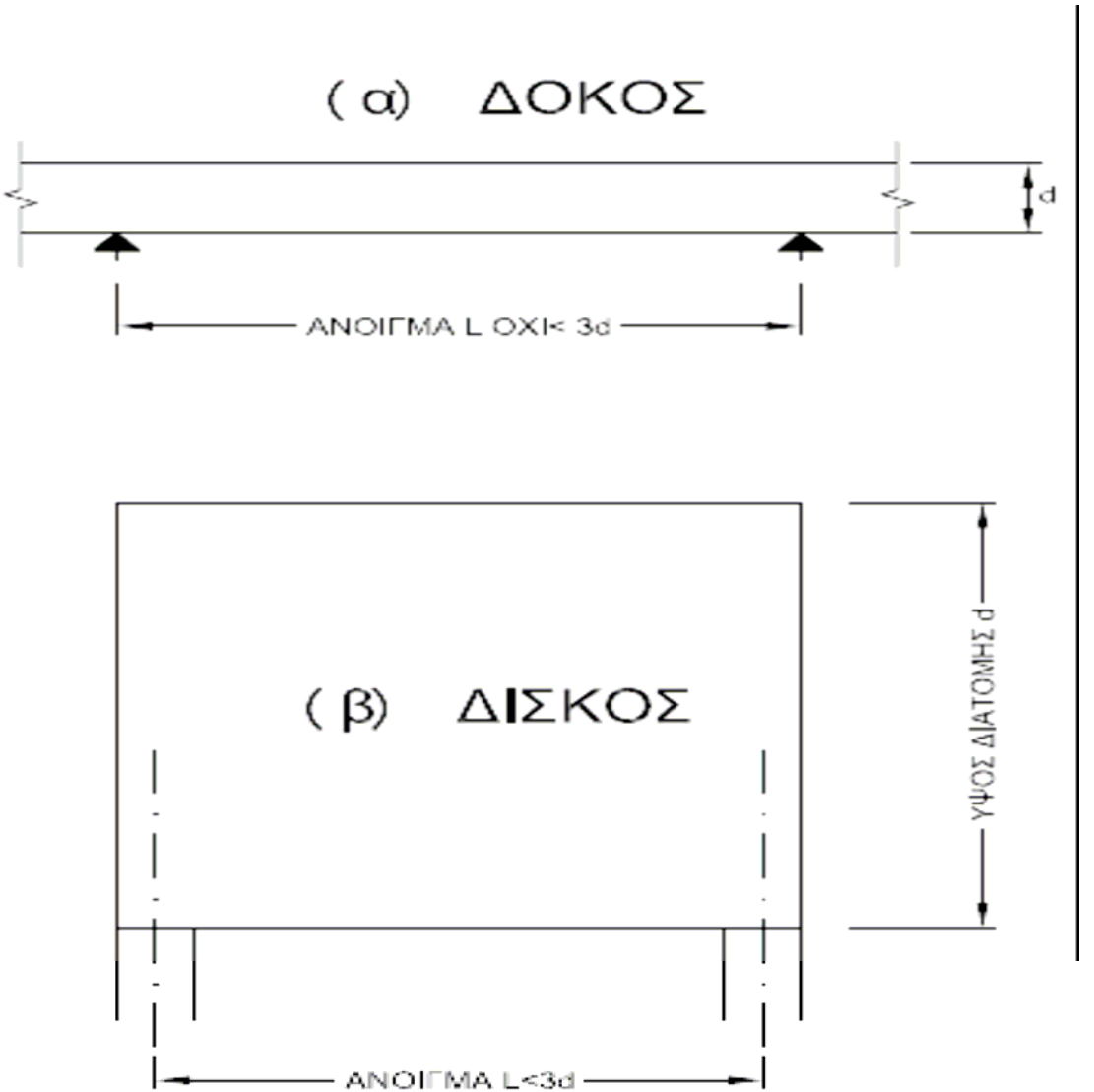
δ2) διάφραγμα οροφής Hi=θi.Na

7. ΣΤΟ ΤΜΗΜΑ 5.3 ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΤΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ

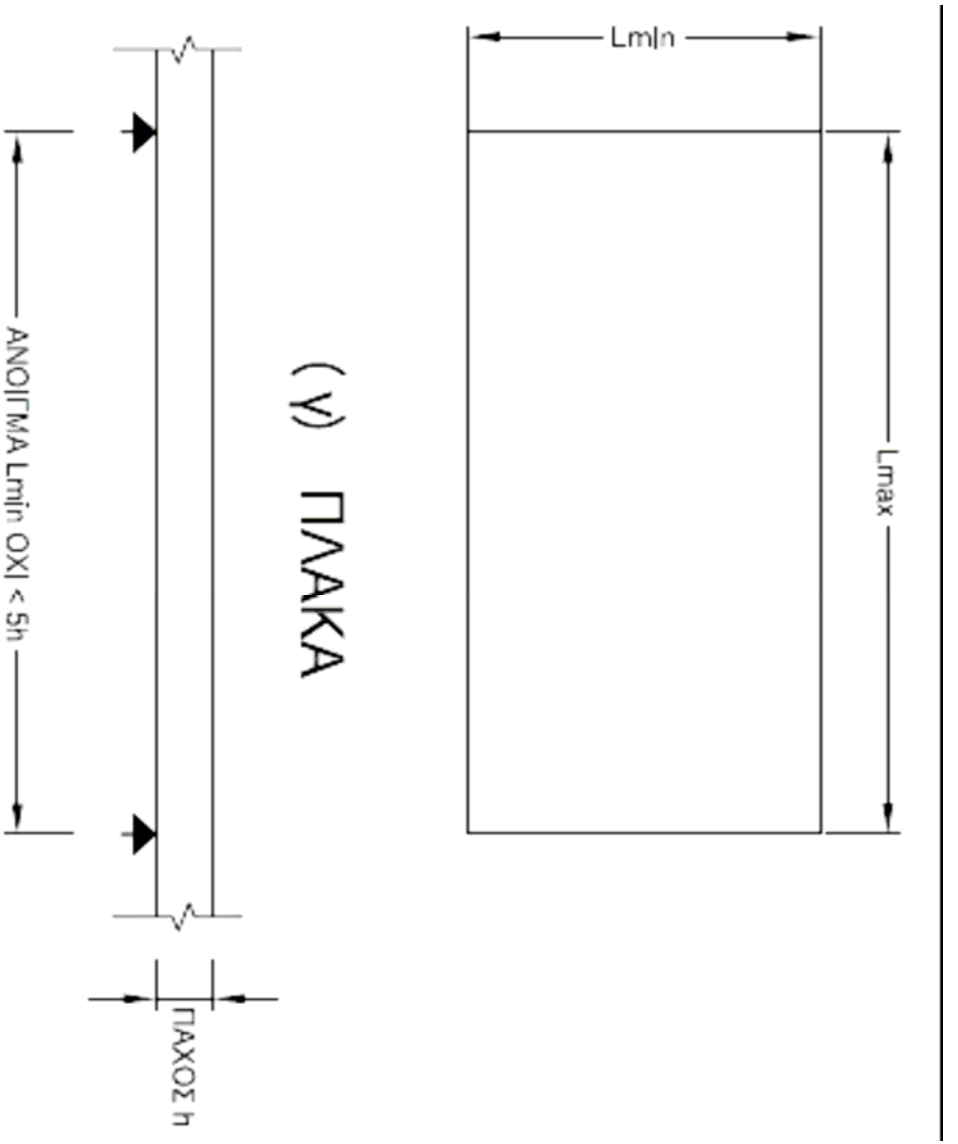
- 5.3.1 ΣΤΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΓΕΝΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ
- Τα μέλη των διακρίνονται με βάση τη μορφολογία και την λειτουργία τους σε δοκούς, κολώνες, πλάκες , τοιχώματα, λεπτές πλάκες, τόξα, κελύφη κλπ. Για την ανάλυση των πιο συνήθων από αυτά μελών και δομικών συστημάτων που αποτελούνται από συνδυασμούς τέτοιων μελών υπάρχουν κανόνες.
- Για τις κτηριακές κατασκευές ορίζεται από τον κανονισμό τι είναι

- Δοκός
- Πλάκα
- Πλάκα με στηρίξεις κατά μία διεύθυνση
- Πότε πλάκες με νευρώσεις κατά την ανάλυση θεωρούνται σαν ενιαία επιφανειακά στοιχεία και δεν αναλύονται ανά νεύρωση.
- Κολώνες
- Τοιχώματα

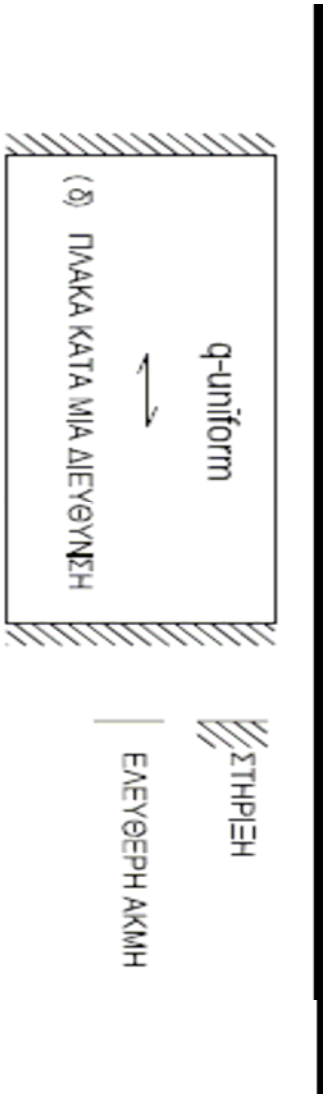
- **ΔΟΚΟΙ ΚΑΙ ΥΨΙΚΟΡΜΕΣ ΔΟΚΟΙ (ΔΙΣΚΟΙ)**



- ΠΛΑΚΕΣ

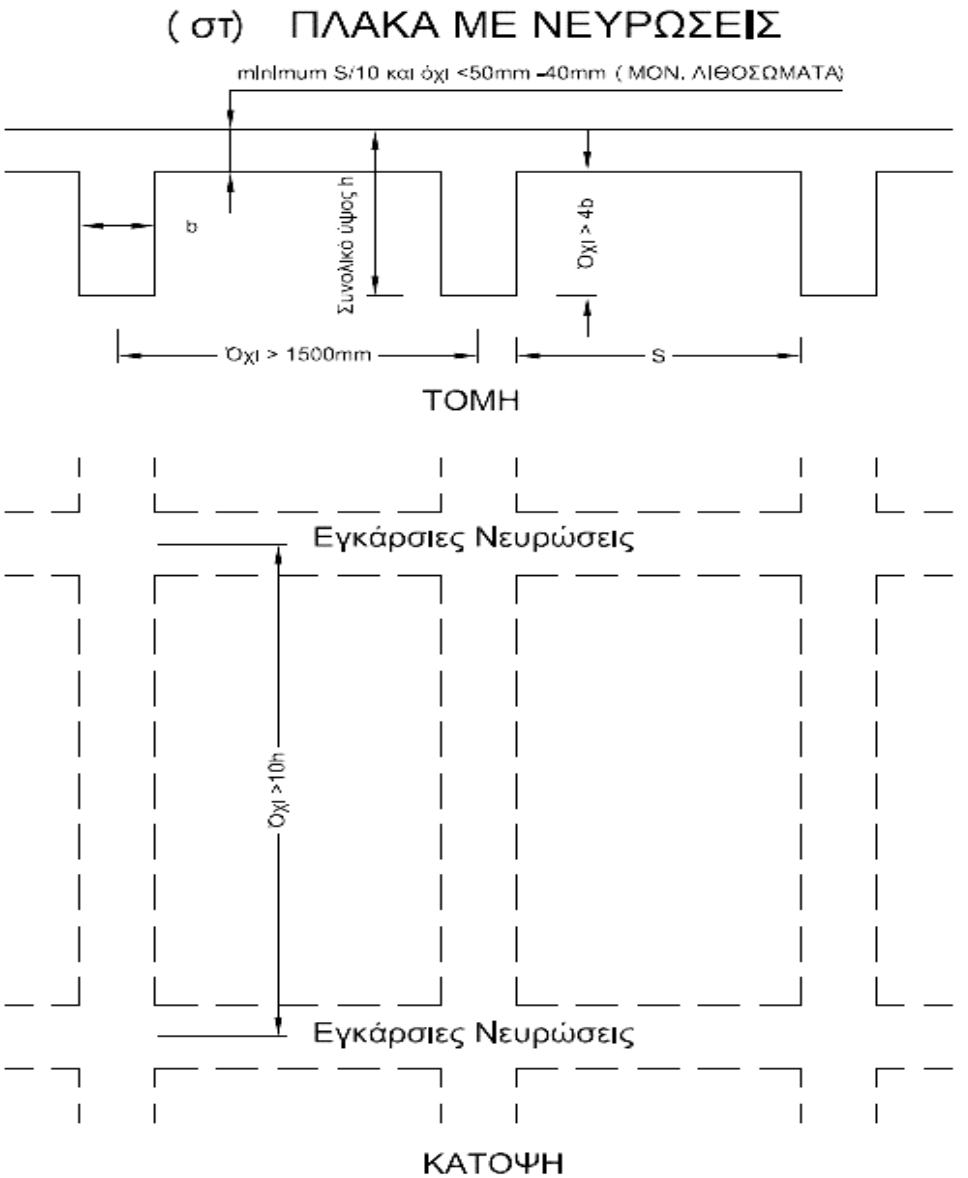


- ΠΛΑΚΑ ΜΕ ΣΤΗΡΙΞΕΙΣ ΚΑΤΑ ΜΙΑ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ

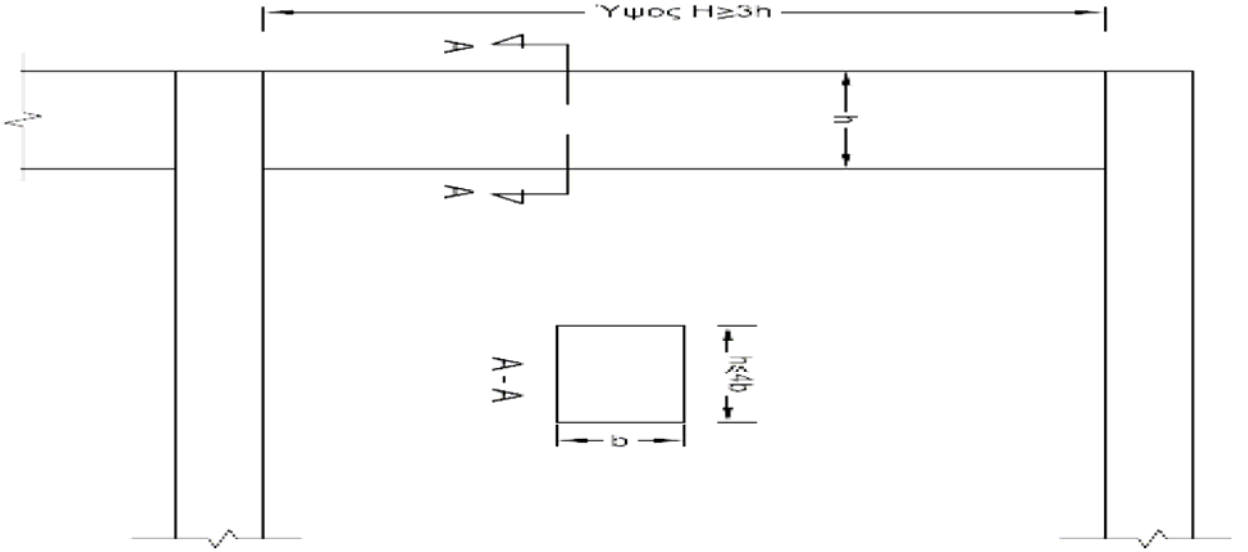


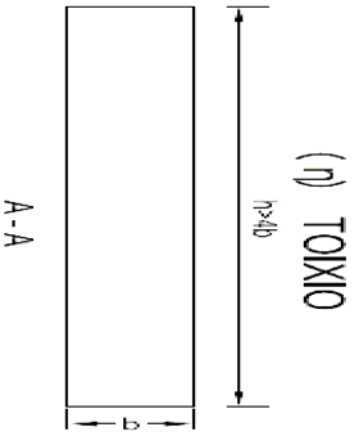
(ε) ΠΛΑΚΑ ΚΑΤΑ ΜΙΑ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ

- ΠΛΑΚΑ ΜΕ ΝΕΥΡΩΣΕΙΣ



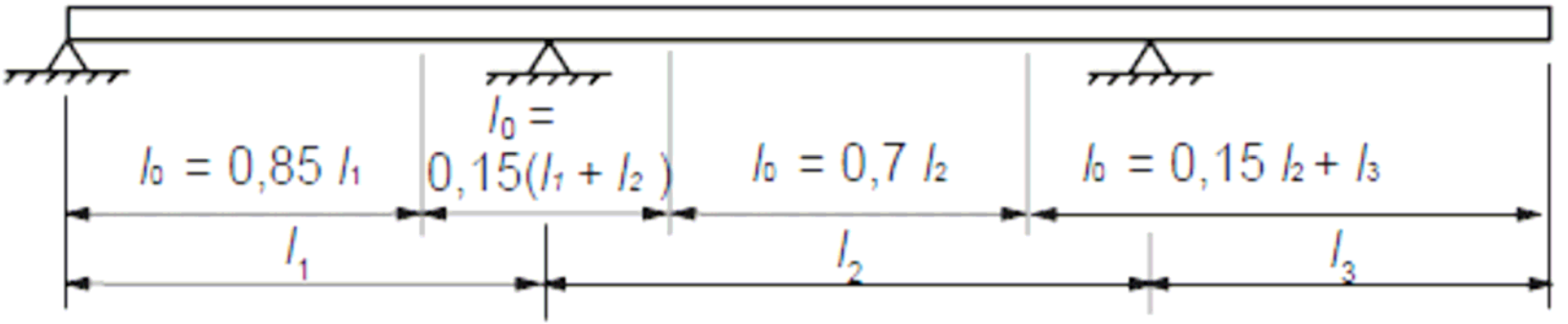
- ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΑ ΚΑΙ ΤΟΙΧΩΜΑΤΑ





- 5.3.2 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

- ΣΥΝΕΡΓΑΖΟΜΕΝΟ ΠΛΑΤΟΣ ΠΛΑΚΟΔΟΚΩΝ
- Εξαρτάται από τις διαστάσεις του κορμού και του πέλματος, τον τύπο φόρτισης, το άνοιγμα και τις συνθήκες στήριξης καθώς και από τον εγκάρσιο οπλισμό.
- Ο υπολογισμός του βασίζεται στην απόσταση ***lo*** μεταξύ των σημείων μηδενισμού των ροπών που λαμβάνεται από το ακόλουθο σχήμα.

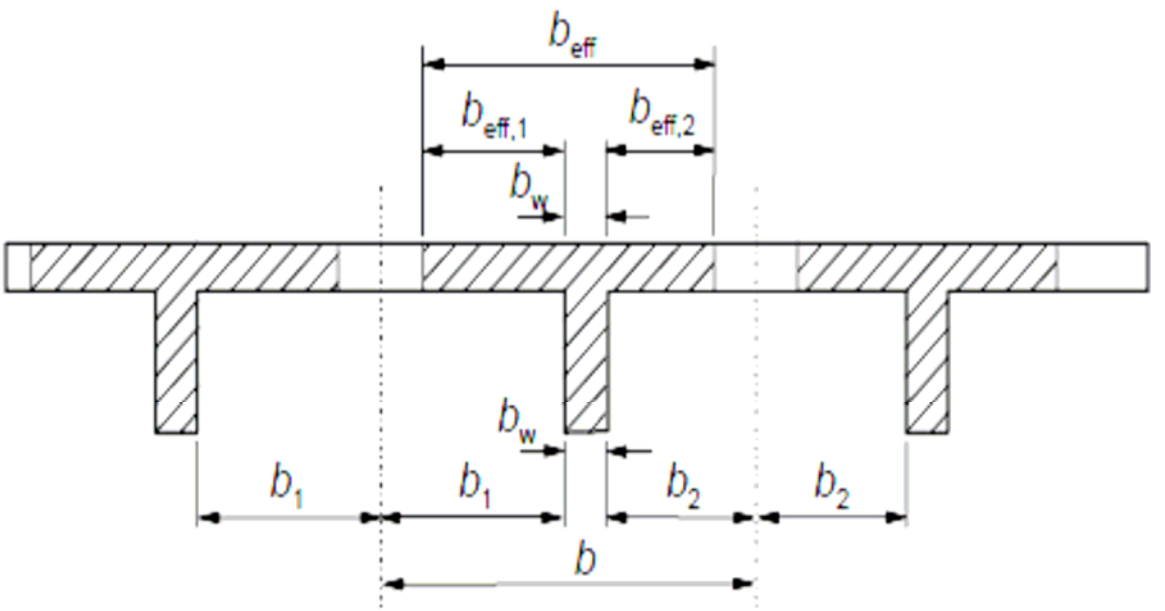


- Το συνεργαζόμενο πλάτος bef μιας πλακοδοκού Τ ή L προκύπτει

$$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w \leq b$$

- Όπου $b_{eff,i} = 0,2b_i + 0,1l_0 \leq 0,2l_0$

- και $b_{eff,i} \leq b_i$



- ΕΝΕΡΓΟ ΑΝΟΙΓΜΑ ΔΟΚΩΝ ΚΑΙ ΠΛΑΚΩΝ
- Οι ορισμοί ισχύουν κυρίως για ανάλυση μεμονωμένων μελών
- $l_{ef}=l_n+a_1+a_2$

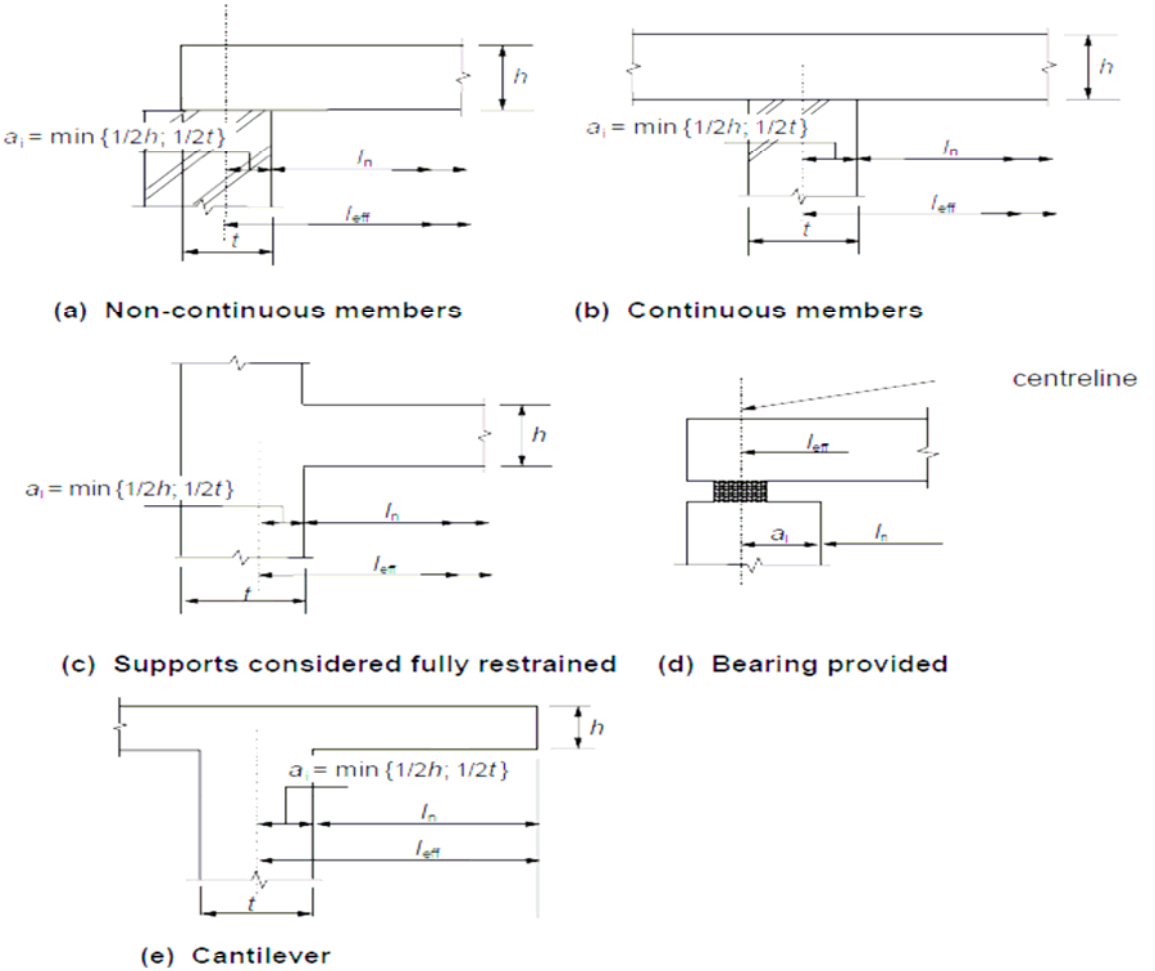


Figure 5.4: Effective span (l_{eff}) for different support conditions

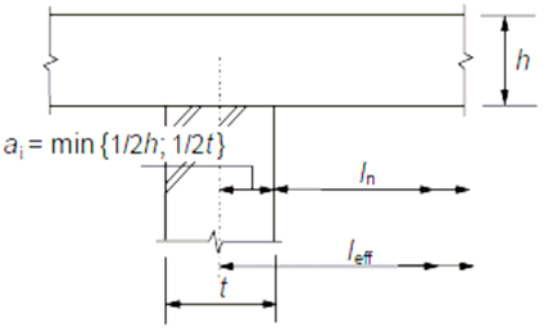
ΣΤΗΡΙΞΕΙΣ

- Συνεχείς δοκοί και πλάκες αναλύονται εν γένει με την παραδοχή ότι οι στηρίξεις δεν δημιουργούν δεσμεύσεις στροφής.
- Σε μονολιθικές συνδέσεις δοκού ή πλάκας με τις στηρίξεις τους η κρίσιμη ροπή σχεδιασμού στην στήριξη λαμβάνεται στο μέτωπο της στήριξης. Η ροπή σχεδιασμού και η αντίδραση που μεταφέρεται στο στοιχείο της στήριξης (υποστύλωμα ή τοίχωμα κλπ.) θα παίρνεται γενικά με την μεγαλύτερη τιμή ελαστικής ανάλυσης ή ανακατανομής.
- Ανεξάρτητα από την μέθοδο ανάλυσης που χρησιμοποιείται όταν μια δοκός ή πλάκα είναι συνεχής πάνω από μια στήριξη που έχει θεωρηθεί ότι δεν δημιουργεί δέσμευση στροφής η ροπή σχεδιασμού στη στήριξη, που έχει υπολογισθεί με μήκος ανοιγμάτων από άξονα σε άξονα στήριξης, μπορεί να μειωθεί κατά ΔM_{Ed} :

$\Delta M_{Ed} = F_{Ed,sup} . t/8$

όπου $F_{Ed,sup}$ *είναι η αντίδραση σχεδιασμού στην στήριξη και*

t *το εύρος της στήριξης*



8. ΣΤΟ 5.4 ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

- Η γραμμική ανάλυση των στοιχείων βασισμένη στην θεωρία της ελαστικότητας μπορεί να χρησιμοποιείται τόσο στους ελέγχους αντοχής όσο και λειτουργικότητας.
- Για τον προσδιορισμό των αποτελεσμάτων των δράσεων η γραμμική ανάλυση διεξάγεται με τις παραδοχές

  - ❑ Μη ρηγματωμένων διατομών
  - ❑ Γραμμικών σχέσεων τάσεων – παραμορφώσεων και
  - ❑ Μέση τιμή του μέτρου ελαστικότητας

- Για επιδράσεις θερμοκρασιακής παραμόρφωσης, καθίζησης και συστολής ξηράνσεως σε οριακή κατάσταση αστοχίας (ULS) μπορεί να λαμβάνονται μειωμένες δυσκαμψίες που αντιστοιχούν στις ρηγματωμένες διατομές αγνοώντας την εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος στις ενδιάμεσες μη ρηγματωμένες περιοχές (tension stiffening) αλλά συμπεριλαμβανομένων των φαινομένων ερπυσμού . Για οριακή κατάσταση λειτουργικότητας (SLS) μπορεί να θεωρείται μια βαθμιαία εξέλιξη των ρωγμών **(;)**

9. ΣΤΟ 5.5 ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΕΝΗ ΑΝΑΚΑΤΑΝΟΜΗ

- Η επίδραση κάθε ανακατανομής ροπών πρέπει να λαμβάνεται υπόψη κατά τον σχεδιασμό.

- Γραμμική ανάλυση με ανακατανομή μπορεί να εφαρμόζεται κατά την ανάλυση των μελών του φορέα για τον έλεγχο κατάστασης αστοχίας.

- Η ροπές που υπολογίστηκαν κατά την κατάσταση αστοχίας με γραμμική ελαστική ανάλυση μπορεί να ανακατανέμονται με την προϋπόθεση ότι η προκύπτουσα κατανομή των ροπών παραμένει σε ισορροπία με τις ασκούμενες δράσεις.

- Σε συνεχείς δοκούς ή πλάκες όπου
  - είναι κύρια η καμπτική ένταση και
  - έχουν λόγο μηκών των παρακειμένων φατνωμάτων από 0,50 έως 2,00 η ανακατανομή των καμπτικών ροπών μπορεί να γίνεται χωρίς ακριβή έλεγχο της ικανότητας στροφής με την προϋπόθεση ότι το ποσοστό ανακατανομής ***δ*** (λόγος ροπής από ανακατανομή προς ελαστική) θα είναι:

$\delta \geq k_1 + k_2 x_u/d$ for $f_{ck} \leq 50$ MPa

$\delta \geq k_3 + k_4 x_u/d$ for $f_{ck} > 50$ MPa

$\geq k_5$ where Class B and Class C reinforcement is used (see Annex C)
$\geq k_6$ where Class A reinforcement is used (see Annex C)

Where:

δ is the ratio of the redistributed moment to the elastic bending moment
x_u is the depth of the neutral axis at the ultimate limit state after redistribution
d is the effective depth of the section

- Δεν πρέπει να γίνεται ανακατανομή σε περιπτώσεις όπου η ικανότητα στροφής δεν μπορεί να προσδιοριστεί αξιόπιστα (π.χ. στις ακμές προεντεταμένων πλαισίων)

- Για τον σχεδιασμό υποστυλωμάτων οι ελαστικές ροπές από πλαισιακή λειτουργία πρέπει να εφαρμόζονται χωρίς ανακατανομή.

10. ΣΤΟ 5.6 ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

- Μέθοδοι βασισμένες στην πλαστική ανάλυση επιτρέπεται να χρησιμοποιούνται μόνον για έλεγχο οριακής κατάστασης αστοχίας (ULS)

- Οι κρίσιμες διατομές πρέπει να διαθέτουν επαρκή πλαστιμότητα ώστε να υπάρχει η δυνατότητα σχηματισμού του θεωρούμενου μηχανισμού
  (δηλαδή θα πρέπει να υπάρχει η δυνατότητα σχηματισμού πλαστικών αρθρώσεων)

- Η πλαστική ανάλυση πρέπει να βασίζεται είτε στη μέθοδο του κάτω ορίου (στατική) είτε στην μέθοδο του άνω ορίου (κινηματική μέθοδο).
  Σημ. το εθνικό παράρτημα κάθε χώρας μπορεί να αναφέρει συμπληρωματικές πληροφορίες που να μην έρχονται σε αντίθεση με τα ανωτέρω.

- Τα αποτελέσματα προηγούμενων φορτίσεων μπορεί γενικά να αγνοούνται και να ισχύει η παραδοχή μονότονης αύξησης της έντασης των δράσεων.

- ***ΣΥΝΤΟΜΗ ΑΝΑΦΟΡΑ ΣΤΗΝ ΘΕΩΡΙΑ ΠΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ***

- Το θεώρημα του άνω ορίου (κινηματικό θεώρημα)

«Ξεκινώντας από έναν τυχαίο μηχανισμό η αντίστοιχη εξίσωση ισορροπίας μας δίνει μια λύση άνω ορίου για το οριακό φορτίο»

- Η εξίσωση ισορροπίας που αναφέραμε διαμορφώνεται με την εφαρμογή της αρχής των δυνατών έργων.
- Αν λοιπόν έχουμε ένα μηχανισμό που περιέχει m τον αριθμό πλαστικές αρθρώσεις και προκειμένου να ισορροπήσει του επιβάλουμε q τον αριθμό φορτία που προκαλούν μέχρι την κατάσταση ισορροπίας μετατοπίσεις ***ui*** , η συνθήκη ισορροπίας είναι

$$\sum_{k=1}^{m} M_{pk}\vartheta_k = \lambda \sum_{i=1}^{q} F_i u_i$$

•Και η τιμή λ είναι ένα άνω όριο για το ανηγμένο οριακό φορτίο

Παράδειγμα

- Η δοκός του σχήματος έχει ένα βαθμό στατικής αοριστίας επομένως αρκούν 2 αρθρώσεις για να μετατραπεί σε μηχανισμό.

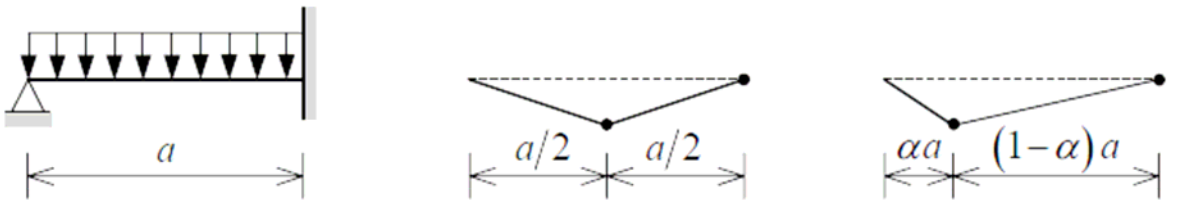


Fig. 3.7: Beam with distributed load: mechanisms for upper-bound calculation.

•Πρώτα βάζουμε μια άρθρωση στο μέσον και μια άρθρωση στο πακτωμένο άκρο

•Η εξίσωση των δυνατών έργων μας δίνει

$$2M_p\vartheta + M_p\vartheta = \frac{1}{2}qa\left(\frac{1}{2}a\vartheta\right)$$

•Και το οριακό φορτίο είναι $\frac{qa^2}{M_p} = 12$

•Ο μηχανισμός επελέγη τυχαία, επομένως το φορτίο αυτό είναι ένα άνω όριο.

- Αν τώρα η άρθρωση τοποθετηθεί σε μια απόσταση $\boldsymbol{\alpha a}$ η εξίσωση των δυνατών έργων γίνεται $M_p\vartheta + M_p\vartheta + M_p\vartheta\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) = qa\frac{1}{2}(1-\alpha)a\vartheta \rightarrow M_p\left(2+\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) = qa^2\frac{1-\alpha}{2}$
- Που μετασχηματίζεται σε $\frac{qa^2}{M_p} = \frac{2(1+\alpha)}{\alpha(1-\alpha)}$
- Για κάθε τιμή $\boldsymbol{\alpha}$ θα υπάρχει ένα άνω όριο. Το μικρότερο κάτω όριο και επομένως η σωστή τιμή για το $\boldsymbol{\alpha}$ θα βρεθεί με ελαχιστοποίηση της σχέσης. Παραγωγίζοντας και εξισώνοντας τον αριθμητή με 0 έχουμε

$$\frac{2\alpha(1-\alpha)-2(1+\alpha)(1-2\alpha)}{\alpha^2(1-\alpha)^2} \rightarrow \alpha^2+2\alpha-1=0 \rightarrow \alpha=-1+\sqrt{2}$$

- Αντικαθιστώντας το $\boldsymbol{\alpha}$ με την τιμή του έχουμε

$$\frac{qa^2}{M_p} = \frac{2\sqrt{2}}{\left(-1+\sqrt{2}\right)\left(2-\sqrt{2}\right)} = 11.66$$

- Το θεώρημα του κάτω ορίου (στατικό θεώρημα)

  «Αν υπάρχει μια κατανομή εσωτερικών δυνάμεων, που πληρεί την ισορροπία παντού και δεν προκαλεί σε κανένα σημείο υπέρβαση αντοχής των μελών του φορέα τότε το αντίστοιχο φορτίο είναι ένα κάτω όριο για την αντοχή του φορέα».

- Λύσεις κάτω ορίου για απλές συνήθεις κατασκευές βρίσκονται αρκετά εύκολα.

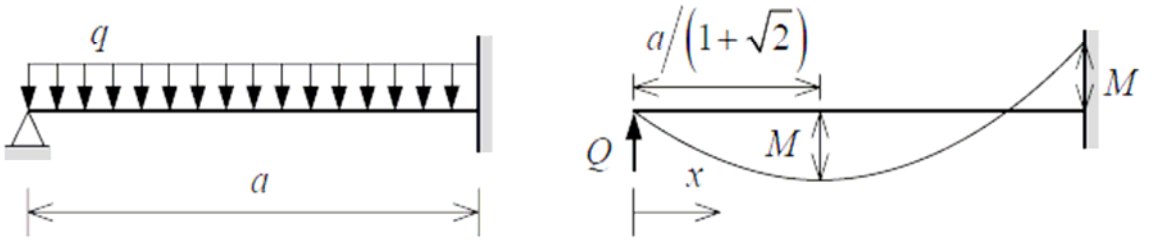
- Επισημαίνουμε πως η γνωστή ελαστική ανάλυση μας δίνει επίσης ένα κάτω όριο.

- Το πλεονέκτημα της λύσης του κάτω ορίου είναι ότι βρίσκεται πάντα από την μεριά της ασφαλείας .
- Δίνει όμως λύσεις αντιοικονομικές .

- Η εύρεση του βέλτιστου κάτω ορίου σε κάποιες περιπτώσεις βρίσκεται με αριθμητικές ή αναλυτικές μεθόδους, αλλά στις περισσότερες των περιπτώσεων με επαναληπτικές.

- Παράδειγμα
- Λύνουμε την δοκό του προηγουμένου παραδείγματος με την μέθοδο του κάτω ορίου.
- Αν η αντίδραση στην απλή στήριξη είναι ***Q*** τότε η ***M(x)*** είναι

$$M(x) = Qx - \frac{1}{2}qx^2$$



- Στο πακτωμένο άκρο ***x=a*** η ροπή μπορεί να πάρει την τιμή ***M=–Mp*** οπότε η τιμή του ***Q*** γίνεται

$$-M_p = Qa - \frac{1}{2}qa^2 \quad \rightarrow \quad Q = -\frac{M_p}{a} + \frac{1}{2}qa \qquad \text{(a)}$$

- Η ροπή ανοίγματος γίνεται μέγιστη όταν ***Q=q.x*** δίνουμε σ' αυτή τη ροπή την τιμή ***M=+Mp*** και σε συνδυασμό με την πρώτη σχέση έχουμε

$$M_p = \frac{Q^2}{q} - \frac{1}{2}\frac{Q^2}{q} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{q} \qquad \text{(b)}$$

- Από τις εξισώσεις ***(a)*** και ***(b)*** έχουμε τελικά

$$Q^2 = 2qM_p = \left(-\frac{M_p}{a} + \frac{1}{2}qa\right)^2 \quad \rightarrow \quad M_p^2 - 3M_p qa^2 + \frac{1}{4}\left(qa^2\right)^2 = 0$$

- οπότε η λύση κάτω ορίου γίνεται

$$\frac{qa^2}{M_p} = 11.66$$

- όσο και του άνω ορίου.

Μέθοδος πλαστικότητας – Ιστορική αναδρομή

- Οι πρώτες προσπάθειες υπολογισμού της φέρουσας ικανότητας για το μέγιστο φορτίο :
- Πρώτος ο Γαλιλαίος → αντοχή της δοκού (1637)
- Euler → φορτίο λυγισμού (1757)
- Coulomb → κατακόρυφο όρυγμα (1773)
- Αλλά η θεωρητική ανάλυση για την αστοχία παρέμενε ανεπαρκής
- Ο νόμος του Hooke (1678) και η γραμμική κατανομή ανέδειξαν την θεωρία της ελαστικότητας που ήταν πρόσφορη για μαθηματική ανάλυση.
- Έτσι η αναζήτηση της συνολικής αντοχής παραμερίστηκε.
- Μετά το ήμισυ του 18^{ου} αιώνα και τον 19^{ο} κυριάρχησε η γραμμική ελαστική ανάλυση.
- Με την αρχή του 20^{ου} αιώνα και την αναγνώριση της σημασίας της πλαστιμότητας ιδιαίτερα στις χαλύβδινες κατασκευές το θέμα της πλαστικότητας επανήλθε από τους Kazincsy (1914), Kist (1917) και Maier-Leibnitz (1929)
- Αλλά τελικά περί το 1950 άρχισε να ωριμάζει –οι Drucker και Prager έθεσαν τις βασικές αρχές για ανάλυση με οριακή αντοχή
- Η μέθοδος εξελίχθηκε σε επίπεδο εφαρμογής περί το 1960 από τον Beedle στο πανεπιστήμιο Lehigh στις Η.Π.Α.
- Με την εξέλιξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών και την δυνατότητα επαναληπτικών υπολογισμών βρέθηκε πρόσφορο έδαφος.

- ΣΤΟ 5.6.2 ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΓΙΑ ΔΟΚΟΥΣ, ΠΛΑΙΣΙΑ ΚΑΙ ΠΛΑΚΕΣ
- Μπορεί να εφαρμόζεται πλαστική ανάλυση για κατάσταση οριακής αστοχίας χωρίς κάποιον απευθείας έλεγχο της ικανότητας στροφής εάν υπάρχει επαρκής πλαστιμότητα για την δημιουργία αρθρώσεων στις κρίσιμες διατομές (5.6.1 (2))

    - Η απαιτούμενη πλαστιμότητα μπορεί να θεωρείται ότι πληρούται χωρίς ακριβή υπολογισμό αν πληρούνται τα κατωτέρω
    - Η επιφάνεια του εφελκυόμενου οπλισμού είναι περιορισμένη ώστε σε κάθε διατομή
    - $X_u/d \leq 0,25$ για αντοχή σκυροδέματος κατηγορίας ≤C50/60
    - $X_u/d \leq 0,15$ για αντοχή σκυροδέματος κατηγορίας ≥C50/60
    - Ο χάλυβας οπλισμού είναι κατηγορίας B ή C.
    - Ο λόγος ροπών στις ενδιάμεσες στηρίξεις προς τις ροπές στο άνοιγμα να κυμαίνεται μεταξύ 0,5 και 2
    - Τα υποστυλώματα θα πρέπει να ελέγχονται για τις μέγιστες πλαστικές ροπές που μπορεί να μεταβιβαστούν από τα μέλη που τα συνδέουν. Για συνδέσεις με πλάκες χωρίς δοκούς αυτή η ροπή θα πρέπει να συμπεριλαμβάνεται στον υπολογισμό σε διάτρηση .
    - Στην πλαστική ανάλυση πλακών θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη κάθε μη ομοιόμορφος οπλισμός, δυνάμεις καταναγκασμού στις γωνίες και συστροφής στα ελεύθερα άκρα.
    - Πλαστική ανάλυση μπορεί να επεκταθεί και σε πλάκες με νευρώσεις αρκεί η συμπεριφορά τους να είναι όμοια με συμπαγείς.

- ΣΤΟ 5.6.3 ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ ΣΤΡΟΦΗΣ

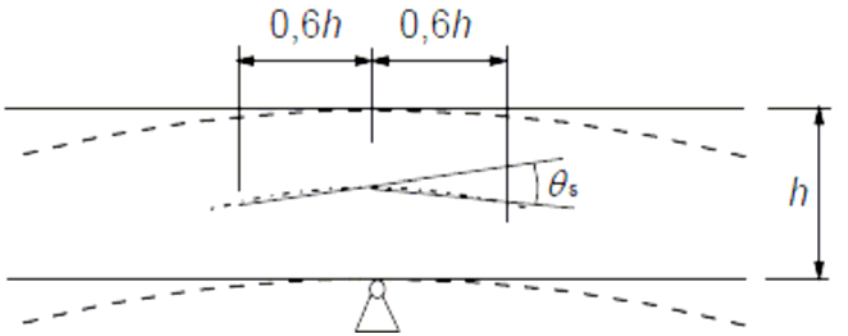
- Η απλοποιημένη διαδικασία για συνεχείς δοκούς και συνεχείς πλάκες κατά μια διεύθυνση βασίζεται στην ικανότητα στροφής των δοκών / ή λωρίδων πλάκας σε ένα μήκος 1,2 φορές το ύψος της διατομής. Γίνεται παραδοχή ότι αυτές οι λωρίδες υφίστανται μια πλαστική παραμόρφωση (σχηματισμό αρθρώσεων διαρροής) υπό τον σχετικό συνδυασμό δράσεων . Θεωρείται ότι κατά την οριακή κατάσταση αστοχίας επαληθεύεται η πλαστική στροφή αν η υπολογιζόμενη στροφή θ_s είναι μικρότερη ή ίση με την επιτρεπόμενη πλαστική στροφή.
- Σε περιοχές πλαστικών αρθρώσεων το x_u / d δεν πρέπει να υπερβαίνει την τιμή 0,45 για σκυροδέματα κατηγορίας αντοχής μικρότερης ή ίσης του C50/60 και 0,35 για σκυροδέματα κατηγορίας μεγαλύτερης ή ίσης του C55/67.
- Η στροφή θ_s θα πρέπει να προσδιορίζεται με βάση τις τιμές σχεδιασμού για δράσεις και υλικά και με βάση τις μέσες τιμές τις προέντασης κατά τον σχετικό χρόνο.
- Στην απλοποιημένη διαδικασία η επιτρεπόμενη πλαστική στροφή μπορεί να υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας τη βασική τιμή της επιτρεπόμενης στροφής $\theta_{pl,d}$ με ένα διορθωτικό συντελεστή k_λ που εξαρτάται από τον λόγο διάτμησης.

Σημ. οι τιμές $\theta_{pl,d}$ για χρήση σε μία χώρα μπορεί να βρίσκονται από το Εθνικό Προσάρτημα.

Οι συνιστώμενες τιμές δίνονται στο γράφημα που ακολουθεί. Οι τιμές για σκυροδέματα μεταξύ C55/67 και C90/105 μπορούν αντίστοιχα να ληφθούν με γραμμική παρεμβολή. Οι τιμές ισχύουν για λόγο διάτμησης $\lambda=3,0$. Για διαφορετικές τιμές του λόγου διάτμησης η πρέπει να πολλαπλασιάζεται με διορθωτικό συντελεστή

$$k_\lambda = \sqrt{\lambda / 3} \qquad \lambda = M_{Sd} / (V_{Sd} \cdot d)$$

- Ικανότητα στροφής



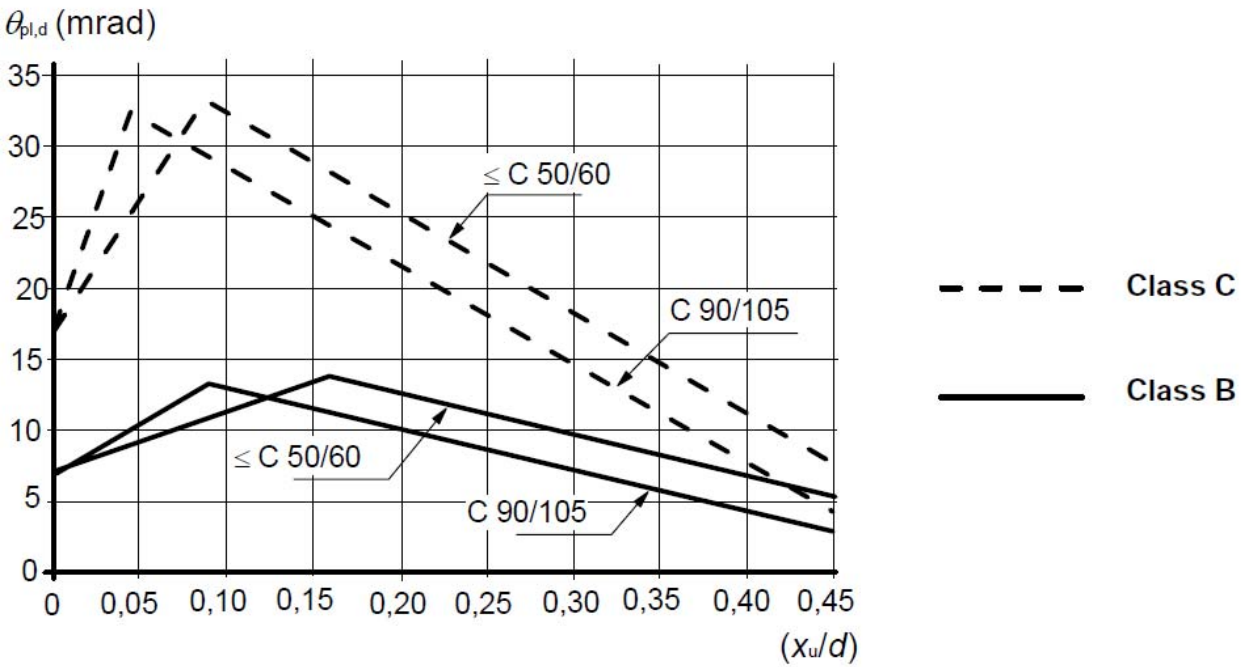
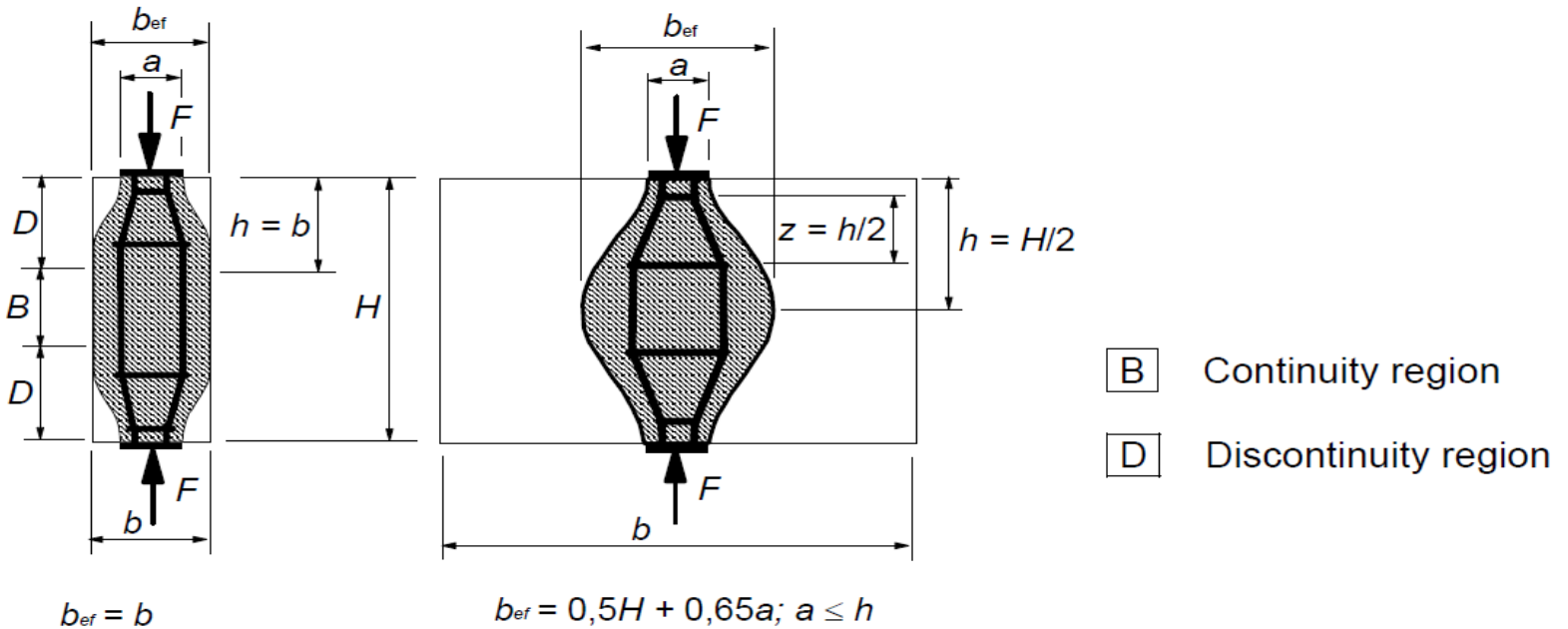


Figure 5.6N: Basic value of allowable rotation, $\theta_{pl,d}$, of reinforced concrete sections for Class B and C reinforcement. The values apply for a shear slenderness λ = 3,0

- ΣΤΟ 5.6.4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΜΤΑ ΘΛΙΠΤΗΡΑ – ΕΛΚΥΣΤΗΡΑ
- Προσομοιώματα θλιπτήρα ελκυστήρα μπορεί να χρησιμοποιούνται για τον σχεδιασμό σε οριακή κατάσταση αστοχίας (ULS) σε περιοχές συνέχειας (σε κατάσταση ρηγμάτωσης πλακών και δοκών) και για σχεδιασμό αστοχίας (ULS) και κατασκευαστικών λεπτομερειών σε περιοχές ασυνέχειας.
- Ακόμη προσομοιώματα θλιπτήρα – ελκυστήρα μπορεί να χρησιμοποιηθούν για μέλη όπου γίνεται παραδοχή γραμμικής κατανομής μέσα στην διατομή π.χ. επίπεδη παραμόρφωση.
- Ακόμη μπορεί να διεξαχθούν έλεγχοι σε οριακή κατάσταση λειτουργικότητας (SLS) με προσομοιώματα θλιπτήρα – ελκυστήρα π.χ. έλεγχοι τάσεων του χάλυβα και έλεγχος ρηγμάτωσης .
- Τα προσομοιώματα θλιπτήρα – ελκυστήρα αποτελούνται από θλιπτήρες που αναπαριστούν πεδία θλιπτικών τάσεων, ελκυστήρες που αναπαριστούν τον οπλισμό και τους κόμβους που τους συνδέουν. Οι δυνάμεις στα στοιχεία ένος προσομοιώματος STM θα προσδιορίζονται διατηρώντας την ισορροπία με τα ασκούμενα φορτία σε οριακή κατάσταση αστοχίας. Τα στοιχεία των προσομοιωμάτων θλιπτήρα – ελκυστήρα θα διαστασιολογούνται σύμφωνα με τους κανόνες του αρθρ. 6.5
- Οι ελκυστήρες θα πρέπει να συμπίπτουν κατά θέση και διεύθυνση με τον αντίστοιχο οπλισμό.

- Για την ανάπτυξη ικανοποιητικών προσομοιωμάτων STM δυνατόν να ακολουθούνται τροχιές τάσεων και κατανομές από την γραμμική – ελαστική θεωρία ή την μέθοδο της όδευσης του φορτίου. Όλα τα προσομοιώμτα STM μπορεί να βελτιστοποιούνται με ενεργειακά κριτήρια.

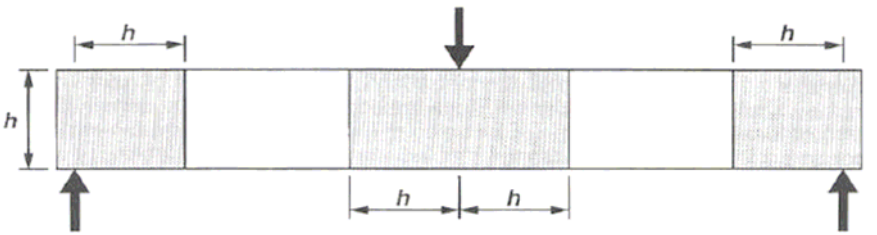


a) Partial discontinuity b) Full discontinuity

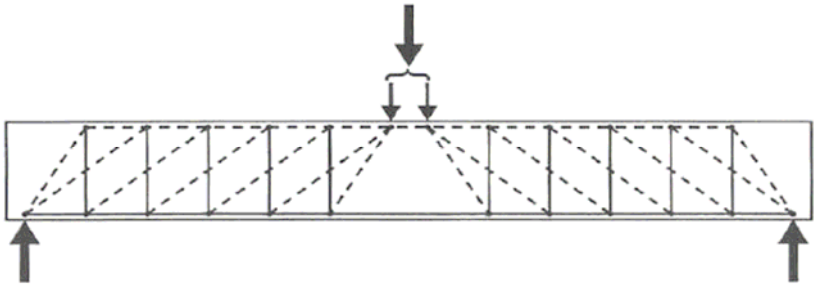
Figure 6.25: Parameters for the determination of transverse tensile forces in a compression field with smeared reinforcement

•(+Slaich 1987) Beton - Kalender

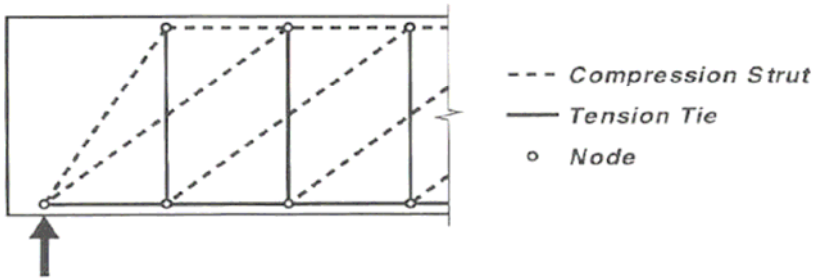
- ΣΤΟ 5.6.4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕ ΠΡΟΣΟΜΟΙΏΜΑΤΑ ΘΛΙΠΤΗΡΑ - ΕΛΚΥΣΤΗΡΑ



a) B- and D-Regions

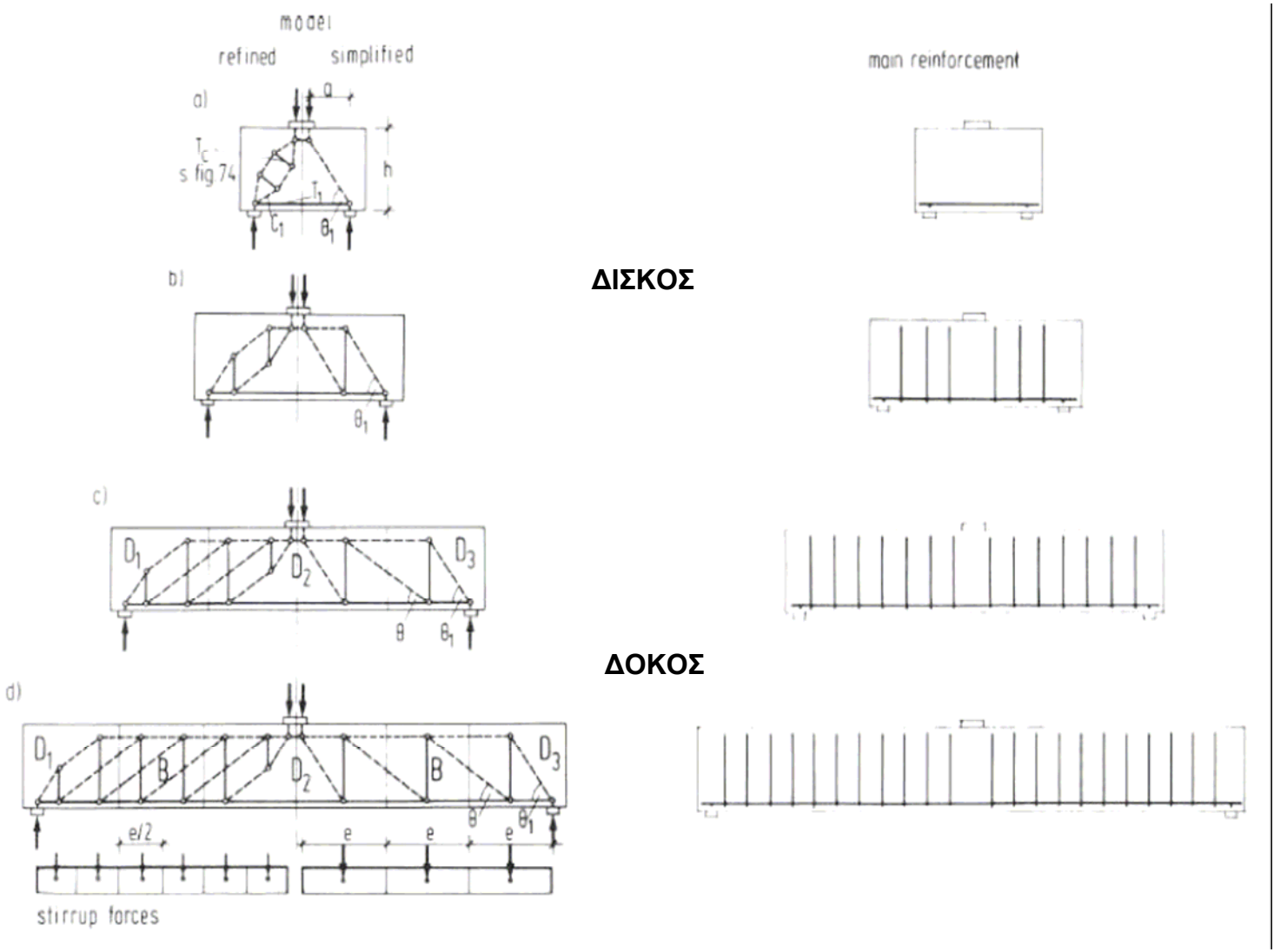


b) Strut-and-Tie Model for Entire Beam



c) Detail at End of Beam

- ΣΤΟ 5.6.4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕ ΠΡΟΣΟΜΟΙΏΜΑΤΑ ΘΛΙΠΤΗΡΑ – ΕΛΚΥΣΤΗΡΑ
- ΑΠΌ ΤΟ ΔΙΣΚΟ -► ΔΟΚΟ



ΔΙΣΚΟΣ

ΔΟΚΟΣ

- ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΤΟΠΙΚΗΣ ΑΣΥΝΕΧΕΙΑΣ ΜΕ STM

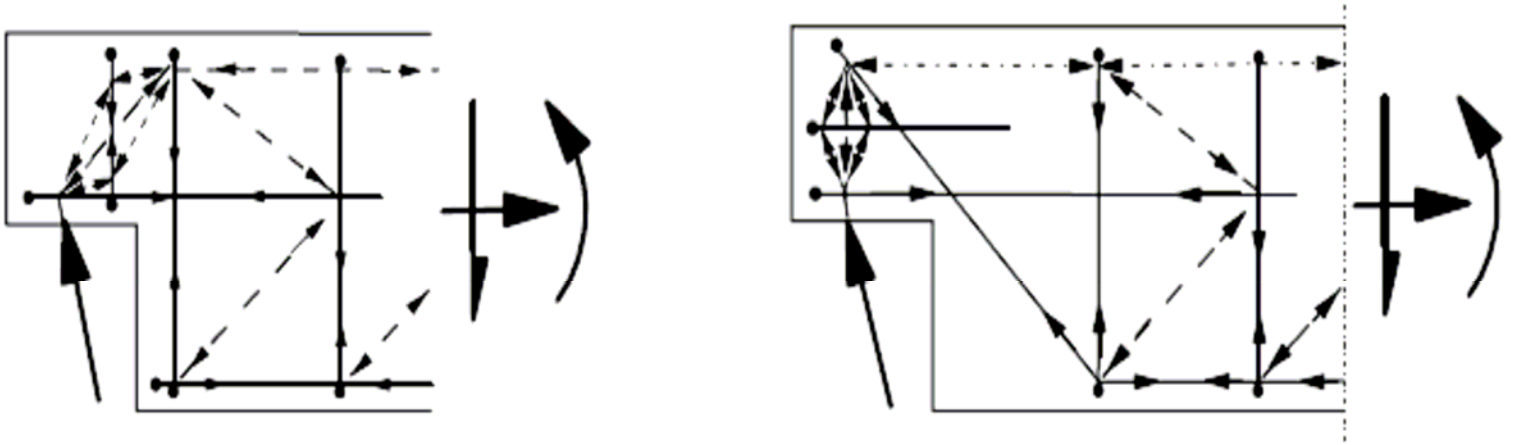


Figure 10.4: Indicative models for reinforcement in half joints.

- ΣΤΟ 5.7 ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

- Μπορεί να χρησιμοποιείται για ελέγχους τόσο αστοχίας όσο και λειτουργικότητας με την προϋπόθεση ότι η ισορροπία και το συμβιβαστό ικανοποιούνται και γίνεται παραδοχή μιας επαρκούς μη γραμμικής συμπεριφοράς των υλικών .
- Η ανάλυση μπορεί να είναι 1^{ης} ή 2^{ας} τάξεως.
- Σε οριακή κατάσταση αστοχίας η ικανότητα των τοπικά κρίσιμων διατομών να υποστούν ανελαστικές παραμορφώσεις θα ελέγχεται λαμβάνοντας υπόψη τυχόν αβεβαιότητες

  (δηλ. ότι επί παραδείγματι δεν θα έχουμε ψαθυρές θραύσεις)
- για κατασκευές με δεσπόζοντα στατικά φορτία οι επιδράσεις προηγουμένων φορτίσεων μπορεί γενικά να αγνοούνται και να γίνεται παραδοχή μονότονης αύξησης της έντασης των δράσεων.
- Η χρήση των χαρακτηριστικών των υλικών που αφορούν την δυσκαμψία θα γίνεται με ρεαλιστικό τρόπο αλλά θα λαμβάνονται υπόψη η αβεβαιότητες της αστοχίας κατά την μη γραμμική ανάλυση.
- Για λιγυρές κατασκευές στις οποίες τα φαινόμενα δευτέρας τάξεως δεν μπορεί να αγνοηθούν θα χρησιμοποιείται η μέθοδος σχεδιασμού του άρθρου 5.8.6

- Η μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο για την εκτίμηση της φέρουσας ικανότητας μιας υπάρχουσας κατασκευής αλλά και σαν μέσον αξιολόγησης μιας νέας κατασκευής που έχει προηγουμένως διαστασιολογηθεί με κλασσικές μεθόδους ελαστικής ανάλυσης προκειμένου να προσδιοριστεί η επιτελεστικότητα της για διαφορετικούς συνδυασμούς δράσεων και στόχων (Push Over Analysis)

Βιβλιογραφία

- EN 1990 Eurocode 0: Basis of Structural Design
- EN 1991 Eurocode 1: Actions on structures
- EN 1992 Eurocode 2: Design of concrete structures -
- EN 1997 Eurocode 7: Geotechnical design
- EN 1998 Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance
- Designers' Guide to EN 1992-1-1 and EN 1992-1-2 by R. S. Narayanan, A. W. Beeby Publ. by Thomas Telford.
- Mylonakis, G. and Gazetas, G. (2000a). Seismic soil structure interaction: Beneficial or Detrimental? Journal of Earthquake Engineering, Vol. 4(3), pp. 277-30
- A.C.W.M. Vrouwenvelder and J. Witteveen, "Plastic Analysis of Structures, The plastic behaviour and the calculation of beams and frames subjected to bending", Lecture book Delft University of Technology, March 2003.
- Α. ΚΑΝΕΛΛΟΠΟΥΛΟΣ «Αντισεισμικός σχεδιασμός και ενίσχυση κτηρίων από οπλισμενο σκυρόδεμα» -Push Over – Πλαστιμότητα και Θραύση – Εφαρμογές.

ΤΕΛΟΣ ΠΡΩΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ

Ε. ΜΑΚΡΥΚΩΣΤΑΣ ΠΟΛΙΤΙΚΟΣ ΜΗΧΑΝΙΚΟΣ Ε.Μ.Π.